



Indiana Department of Education

---

# Estándares académicos de Indiana

## Matemáticas – Precálculo: Trigonometría



## Introducción

Los Estándares académicos de Indiana para Matemáticas son el resultado de un proceso diseñado para identificar, evaluar, sintetizar y crear los estándares más rigurosos y de mayor calidad para los estudiantes de Indiana. Los estándares están diseñados para garantizar que todos los estudiantes de Indiana, una vez graduados, estén preparados para la universidad y las oportunidades profesionales. En concordancia con el plan de la ley Cada Estudiante Triunfa (ESSA, por sus siglas en inglés) de Indiana, los estándares académicos reflejan la creencia principal de que todos los estudiantes pueden desempeñarse en un alto nivel.

## ¿Qué son los Estándares académicos de Indiana?

Los Estándares académicos de Indiana están diseñados para ayudar a los educadores, padres, estudiantes y miembros de la comunidad a comprender lo que los estudiantes necesitan conocer y poder poner en práctica al nivel de cada grado, y dentro de cada área de contenido a fin de terminar la escuela secundaria preparados para la universidad y la carrera profesional. Los estándares académicos deben formar la base de una sólida instrucción de Nivel 1 en cada grado y para cada área temática para todos los estudiantes, en concordancia con la visión del Sistema de recursos de múltiples niveles (MTSS) de Indiana. A pesar de que los estándares han identificado el contenido o las habilidades académicas que en las que deben prepararse los estudiantes de Indiana para la universidad y la carrera profesional, estos no representan una lista exhaustiva. Los estudiantes necesitan un amplio espectro de apoyo físico, social y emocional para tener éxito. Esto nos conduce a una segunda creencia principal que se describe en el plan de la ley Cada Estudiante Triunfa (ESSA, por sus siglas en inglés), en la que se establece que el aprendizaje requiere poner énfasis en el niño en su totalidad.

Si bien los estándares pueden utilizarse como base del plan de estudios, los Estándares académicos de Indiana no son un plan de estudios. Las herramientas multidisciplinarias, incluidos los libros de texto, son seleccionadas por el distrito o la escuela, y se adoptan a través del consejo escolar local. No obstante, se recomienda un enfoque de instrucción sólido basado en los estándares, ya que la mayoría de los planes de estudio no se alinearán perfectamente con los Estándares académicos de Indiana. Asimismo, se debe poner atención a la secuencia instructiva de los estándares a nivel del distrito y de la escuela, así como al tiempo necesario para enseñar cada estándar. Cada uno de los estándares tiene un lugar único en las etapas de aprendizaje (la omisión de alguno de ellos sin dudas generará brechas), pero no todos los estándares requerirán la misma cantidad de tiempo y atención. Una comprensión profunda de la articulación vertical de los estándares permitirá a los educadores tomar las mejores decisiones de instrucción. Los Estándares académicos de Indiana también deben complementarse con prácticas de instrucción sólidas basadas en evidencias, que estén dirigidas al desarrollo del niño en su totalidad. Si se utilizan prácticas de instrucción bien elegidas, se podrán desarrollar las habilidades de empleabilidad y las competencias sociales y emocionales junto con los estándares de contenido.

## Reconocimientos

Los Estándares académicos de Indiana no podrían haberse desarrollado sin el tiempo, la dedicación y la experiencia de los maestros de grados K a 12.<sup>o</sup>, los profesores de educación superior y otros representantes. El Departamento de Educación de Indiana (IDOE) reconoce a los miembros del comité que dedicaron su tiempo a la revisión y evaluación de estos estándares que están dirigidos a preparar a los estudiantes de Indiana para la universidad y la carrera profesional.



## **ESTÁNDARES PARA PROCESOS MATEMÁTICOS**

Los Estándares de procesos demuestran las formas en las que los estudiantes deben desarrollar la comprensión conceptual del contenido matemático y las formas en las que los estudiantes deben combinar y aplicar las habilidades matemáticas.

### **ESTÁNDARES PARA PROCESOS MATEMÁTICOS**

#### **PS.1: Entender los problemas y perseverar en su resolución.**

Los estudiantes competentes en matemáticas comienzan por buscar la propia explicación al significado de un problema y buscan los puntos de partida para su resolución. Analizan los elementos dados, las limitaciones, las relaciones y los objetivos. Hacen conjeturas sobre la forma y el significado de la resolución y planean una vía de resolución en lugar de realizar un intento de resolución apresurado. Consideran problemas análogos y analizan casos especiales y versiones más simples del problema original a fin de obtener ideas para su resolución. Controlan y evalúan su progreso y cambian de dirección si es necesario. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas comprueban sus respuestas a los problemas con un método diferente y se preguntan continuamente: "¿Esto tiene sentido?" y "¿Es razonable mi respuesta"? Entienden los enfoques de otros para solucionar problemas complejos e identifican correspondencias entre diferentes enfoques. Los estudiantes competentes en matemáticas comprenden cómo se interrelacionan las ideas matemáticas y se complementan unas con otras para producir un conjunto coherente.

#### **PS.2: Razonar de forma abstracta y cuantitativa.**

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas entienden las cantidades y sus relaciones en los problemas. Utilizan dos habilidades complementarias para resolver problemas que involucran relaciones cuantitativas: la habilidad de descontextualizar—abstraer una situación dada y representarla simbólicamente, y manipular los símbolos representados como si estos tuvieran vida propia, sin necesariamente prestar atención a sus referencias—y la habilidad de contextualizar, hacer pausas cuanto sea necesario durante el proceso de manipulación para comprobar las referencias para los símbolos involucrados. El razonamiento cuantitativo implica los hábitos de la creación de una representación coherente del problema presente; la consideración de las unidades involucradas; el prestar atención al significado de las cantidades, no solamente cómo calcularlas; y el conocer y utilizar con flexibilidad diferentes propiedades de las operaciones y los objetos.



**PS.3: Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de otros.**

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas entienden y utilizan suposiciones, definiciones, y resultados previamente establecidos en la elaboración de argumentos. Hacen conjeturas y crean una progresión lógica de afirmaciones para explorar la veracidad de sus conjeturas. Analizan situaciones al dividir las en casos y reconocen y utilizan contraejemplos. Organizan su pensamiento matemático, justifican sus conclusiones y las transmiten a otros, y responden a los argumentos de los demás. Razonan de forma inductiva sobre los datos, y generan argumentos verosímiles que tienen en cuenta el contexto en el que se originaron dichos datos. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas también son capaces de comparar la efectividad de dos argumentos verosímiles, distinguen una lógica o un razonamiento correcto de otro que es erróneo, y, en caso de haber un error en un argumento, explican de qué se trata. Justifican si una afirmación dada es verdadera siempre, en ocasiones o nunca lo es. Los estudiantes competentes en matemáticas participan y colaboran en una comunidad matemática. Oyen o leen los argumentos de otros, deciden si tienen sentido y hacen preguntas útiles para aclarar o mejorar los argumentos.

**PS.4: Realizar una representación a través de las matemáticas.**

Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas aplican las matemáticas que conocen para resolver problemas que surgen en la vida cotidiana, la sociedad y el lugar de trabajo con una variedad de estrategias apropiadas. Crean y usan una variedad de representaciones para resolver problemas, así como para organizar y comunicar ideas matemáticas. Los estudiantes competentes en matemáticas aplican lo que saben y se sienten cómodos al hacer suposiciones y aproximaciones a fin de simplificar una situación compleja, y observan que estas pueden requerir una revisión más adelante. Son capaces de identificar cantidades importantes en una situación práctica y expresar sus relaciones mediante el uso de herramientas como diagramas, tablas de doble entrada, gráficos, diagramas de flujo y fórmulas. Analizan matemáticamente dichas relaciones para sacar conclusiones. Interpretan rutinariamente sus resultados matemáticos dentro del contexto de la situación y analizan si los resultados tienen sentido, y posiblemente mejoran el procedimiento si este no ha cumplido su propósito.



**PS.5: Utilizar las herramientas apropiadas estratégicamente.**

Los estudiantes competentes en matemáticas consideran las herramientas disponibles al resolver un problema matemático. Estas herramientas pueden incluir lápiz y papel, modelos, una regla, un transportador, una calculadora, una hoja de cálculo, un sistema algebraico computacional, un paquete estadístico o un programa de geometría dinámica. Los estudiantes con un buen dominio de las matemáticas están suficientemente familiarizados con las herramientas apropiadas al nivel del grado o curso y pueden tomar decisiones acertadas para determinar si cada una de esas herramientas podrían ser útiles y reconocen los conocimientos que se alcanzarán y sus limitaciones. Los estudiantes competentes en matemáticas identifican recursos matemáticos externos pertinentes, como el contenido digital, y los usan para plantear o resolver problemas. Utilizan herramientas tecnológicas para explorar y profundizar su comprensión de conceptos y para permitir el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas. Utilizan tecnología que contribuye al desarrollo del concepto, la simulación, la representación, el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas.



<b>PS.6: Prestar atención a la precisión.</b>	Los estudiantes competentes en matemáticas se comunican de forma precisa con los demás. Usan definiciones claras, que incluyen lenguaje matemático correcto, al hablar con otras personas y en su propio razonamiento. Comunican el significado de los símbolos que eligen, que incluye el uso del signo de igualdad de forma apropiada y consistente. Expresan las soluciones de forma clara y lógica mediante el uso de términos y notaciones matemáticos apropiados. Especifican unidades de medición y etiquetan ejes para aclarar la correspondencia con las cantidades en un problema. Calculan de forma correcta y eficiente, y comprueban la validez de sus resultados en el contexto del problema. Expresan respuestas numéricas con un grado de precisión apropiado para el contexto del problema.
<b>PS.7: Reconocer y utilizar estructuras.</b>	Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas observan con atención para distinguir un patrón o una estructura. Retroceden para obtener una idea general y cambiar de perspectiva. Reconocen y usan las propiedades de operaciones y la igualdad. Organizan y clasifican formas geométricas basadas en sus atributos. Ven las expresiones, ecuaciones y figuras geométricas como elementos individuales o como compuestos de varios elementos.
<b>PS.8: Reconocer y expresar regularidad en el razonamiento repetitivo.</b>	Los estudiantes competentes en matemáticas observan si los cálculos se repiten y buscan métodos generales y atajos. Observan la regularidad en los problemas matemáticos y su trabajo para crear una regla o fórmula. Los estudiantes con buen dominio de las matemáticas mantienen el control del proceso, mientras se ocupan de los detalles al resolver un problema. Evalúan continuamente la racionalidad de sus resultados intermedios.



## **MATEMÁTICAS: Precálculo: Trigonometría**

<b>Circunferencia</b>	
<b>TR.UC.1</b>	Comprender la unidad de ángulo radián como la longitud del arco en la circunferencia unitaria delimitada por el ángulo.
<b>TR.UC.2</b>	Explicar cómo la circunferencia unitaria en el plano de coordenadas permite la extensión de funciones trigonométricas a todos los números reales, interpretadas como la unidad de ángulo radián atravesada en sentido contrario a las agujas del reloj alrededor de la circunferencia unitaria.
<b>TR.UC.3</b>	Utilizar triángulos especiales para determinar los valores de seno, coseno y tangente para $\pi/3$ , $\pi/4$ y $\pi/6$ . Aplicar triángulos rectángulos especiales en la circunferencia unitaria y usarlos para expresar los valores de seno, coseno y tangente para $x$ , $\pi \pm x$ , y $2\pi \pm x$ en función de sus valores para $x$ , donde $x$ es cualquier número real.



<b>Triángulo</b>	
<b>TR.T.1</b>	Definir y utilizar las razones trigonométricas (seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante) en función de los ángulos de triángulos rectángulos y de las coordenadas en la circunferencia unitaria.
<b>TR.T.2</b>	Resolver problemas de la vida real con y sin tecnología que puedan representarse mediante triángulos rectángulos, incluidos los problemas que puedan representarse mediante razones trigonométricas. Interpretar las soluciones y determinar si las soluciones son razonables.
<b>TR.T.3</b>	Explicar y utilizar la relación entre el seno y el coseno de los ángulos complementarios.
<b>TR.T.4</b>	Probar el teorema de los senos y los cosenos.
<b>TR.T.5</b>	Comprender y aplicar el teorema de los senos y los cosenos para resolver problemas matemáticos de la vida real y de otro tipo que incluyan triángulos rectángulos y no rectángulos.
<b>TR.T.6</b>	Obtener la fórmula $A = 1/2 ab \sin(C)$ para el área de un triángulo dibujando una recta auxiliar. Utilizar la fórmula para hallar áreas de triángulos.





### Funciones periódicas

<b>TR.PF.1</b>	Representar en un gráfico funciones trigonométricas con y sin tecnología. Utilizar los gráficos para representar y analizar fenómenos de periodicidad, estableciendo amplitud, periodo, frecuencia, traslación de fase y línea media (traslación vertical).
<b>TR.PF.2</b>	Demostrar un conjunto de datos con periodicidad mediante el uso de una función sinusoidal y explicar los parámetros del modelo.
<b>TR.PF.3</b>	Utilizar la circunferencia unitaria para explicar la simetría (par e impar) y la periodicidad de las funciones trigonométricas.
<b>TR.PF.4</b>	Construir las funciones trigonométricas inversas del seno, el coseno y la tangente mediante la restricción del dominio.
<b>TR.PF.5</b>	Utilizar las funciones inversas para resolver las ecuaciones trigonométricas que surjan en la representación de los contextos; evaluar las soluciones mediante el uso de tecnología e interpretarlas en función del contexto.



<b>Identidad</b>	
<b>TR.ID.1</b>	Probar la identidad de Pitágoras $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ y usarla para hallar razones trigonométricas, dado el $\sin(x)$ , $\cos(x)$ o $\tan(x)$ , y el cuadrante del ángulo.
<b>TR.ID.2</b>	Verificar las identidades trigonométricas y simplificar expresiones mediante el uso de identidades trigonométricas.
<b>TR.ID.3</b>	Probar las identidades de suma y resta para el seno, el coseno y la tangente. Usar las identidades para resolver problemas.
<b>TR.ID.4</b>	Probar las identidades de ángulo doble y medio para el seno, el coseno y la tangente. Usar las identidades para resolver problemas.



### Coordenadas polares y números complejos

<b>TR.PC.1</b>	Comprender y utilizar números complejos, incluidos los números reales e imaginarios, sobre el plano complejo en la forma rectangular y polar, y explicar por qué las formas rectangulares y polares de un número complejo dado representan el mismo número.
<b>TR.PC.2</b>	Enunciar, probar y utilizar la fórmula de DeMoivre.
<b>TR.PC.3</b>	Definir las coordenadas polares y relacionarlas con las coordenadas cartesianas.
<b>TR.PC.4</b>	Trasladar las ecuaciones desde coordenadas rectangulares a coordenadas polares y desde coordenadas polares a coordenadas rectangulares. Representar gráficamente las ecuaciones en el plano de coordenadas polares.



<b>Vectore</b>	
<b>TR.V.1</b>	Reconocer que las cantidades vectoriales tienen una magnitud y dirección. Representar cantidades vectoriales mediante segmentos de recta dirigidos, y utilizar los símbolos correspondientes para los vectores y sus magnitudes (por ej., $\mathbf{v}$ , $ \mathbf{v} $ , $\ \mathbf{v}\ $ ).
<b>TR.V.2</b>	Hallar los componentes de un vector restando las coordenadas de un punto inicial de las coordenadas de un punto terminal.
<b>TR.V.3</b>	Sumar vectores de un extremo a otro, en la forma de componentes, y mediante la regla del paralelogramo. Comprender que la magnitud de una suma de dos vectores no es típicamente la suma de las magnitudes.
<b>TR.V.4</b>	Comprender la resta de vectores $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ como $\mathbf{v} + (-\mathbf{w})$ , donde $-\mathbf{w}$ es el inverso de suma de $\mathbf{w}$ , con la misma magnitud que $\mathbf{w}$ y apuntando en la dirección contraria. Representar la resta de vectores gráficamente mediante la conexión puntas en el orden correcto, y realizar la resta de vectores en la forma de componentes.
<b>TR.V.5</b>	Representar la multiplicación escalar en un gráfico al poner en escala los vectores y posiblemente invirtiendo su dirección; realizar la multiplicación escalar en la forma de componentes, por ejemplo, como $c(\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y) = (c\mathbf{v}_x, c\mathbf{v}_y)$ .
<b>TR.V.6</b>	Calcular la magnitud de un múltiplo escalar $c\mathbf{v}$ utilizando $\ c\mathbf{v}\  =  c \mathbf{v} $ . Calcular la dirección de $c\mathbf{v}$ sabiendo que cuando $ c \mathbf{v} \neq 0$ , la dirección de $c\mathbf{v}$ es a lo largo de $\mathbf{v}$ (para $c > 0$ ) o en contra de $\mathbf{v}$ (para $c < 0$ ).
<b>TR.V.7</b>	Resolver problemas que incluyen velocidad u otras cantidades que pueden representarse mediante vectores.